



Municipiul Pașcani, Strada Sportului nr.4,
Jud. Iași, cod 705200, Tel/Fax: 0232762637;
contact@liceu.colegiulsadoveanu.ro



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ *SPERANȚE OLIMPICE*

9 noiembrie 2024

Clasa a VIII a

Subiectul I (7 puncte)

1. Arătați că ecuația $x^2 - 15y^2 = 1$ are o infinitate de soluții în mulțimea numerelor întregi.
2. Rezolvați ecuația
 $|x + 1| + |x^2 - 2023x - 2024| = 2023(1 + |x - 2024|)$ în mulțimea numerelor reale.

Subiectul II (7 puncte)

1. Să se demonstreze că există o infinitate de perechi (a, b) de numere iraționale, pentru care $a - b = ab \in \mathbb{Q}$.
2. Dacă $a, b > 0$ și $ab = 1$ atunci $\frac{a^5}{a^3+1} + \frac{b^5}{b^3+1} \geq 1$.

Subiectul III (7 puncte)

1. Se dă triunghiul ABC în care $AB > AC$. Bisectoarea unghiului exterior din vârful A intersectează cercul circumscris triunghiului ABC în E. Fie $EF \perp AB$, $F \in AB$. Să se demonstreze că $AB - AC = 2AF$.
2. Se consideră șase puncte în spațiu, oricare patru necoplanare. Se colorează cu verde sau negru fiecare segment determinat de două dintre aceste puncte. Arătați că există trei puncte printre acestea care determină un triunghi cu laturile la fel colorate.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii

Timp de lucru: 120 minute

Timp de acomodare subiect: 30 minute

Fiecare subiect este punctat cu 7 puncte