MINISTERUL EDUCAȚIEI

COLEGIUL NAȚIONAL "MIHAIL SADOVEANU" PAȘCANI

Municipiul Pașcani, Strada Sportului nr. 4, Județul Iași, cod 705200

Telefon / Fax: 0232 762637; contact@liceu.colegiulsadoveanu.ro

CONCURSUL SPERANTE OLIMPICE,12 noiembrie 2022

Subiecte

Clasa a VI a

Subiectul 1(7 puncte)

a)Sa se determine numarul elementelor multimii A=$\left\{\frac{\overline{abc}}{a+b+c} \mid \frac{\overline{abc}}{a+b+c}\right.$ are valoare maxima$\left.\right\}$.

b)Determinati numerele naturale x si y,stiind ca 23·(xy)+20·[x,y]=2023,unde (x,y) este cel mai mare divizor comun si [x,y] este cel mai mare multiplu comun.

Subiectul 2(7 puncte)

a)Aflati masurile unghiurilor $\sphericalangle$AOB, $\sphericalangle$BOC, $\sphericalangle$COD si $\sphericalangle$DOA formate in jurul punctului O,astfel incat 5·$\sphericalangle$AOB=2·$\sphericalangle$BOC=4·DOC,iar masura unghiului format de bisectoare;e unghiurilor $\sphericalangle$DOA si $\sphericalangle$AOB este de 90°.

b)In interiorul unui unghi drept se construiesc semidrepte cu originea in varful drept,astfel incat oricare doua unghiuri adiacente sa aiba masurile de 7°,respective 19°. Care este numarul maxim de unghiuri cu masura de 45°?

Subiectul 3(7 puncte)

a)Sa se arate ca numarul N=$2016^n + 2015^n + 64^n$ este divizibil cu 91,pentru oricare numar natural n impar.

b)Spunem ca o multime A de numere natural are proprieatea (SP) daca are 3 elemente si suma elementelor sale este egala cu produsul elementelor sale. Determinati toate multimile cu proprietatea (SP)

Toate subiectele sunt obligatorii.

MINISTERUL EDUCAȚIEI

COLEGIUL NAȚIONAL "MIHAIL SADOVEANU" PAȘCANI

Municipiul Pașcani, Strada Sportului nr. 4, Județul Iași, cod 705200

Telefon / Fax: 0232 762637; contact@liceu.colegiulsadoveanu.ro

CONCURS SPERANTE OLIMPICE,12 noiembrie 2022

BAREM DE CORECTARE

Clasa a VI a

Subiectul I(7 puncte)

Oficiu . . . . **1 p**

a) $|A|=1$ . . . . 3 p

b) $(x,y)=d \Rightarrow x=da,\ y=db, (a,b)=1$,$[x,y] = m$

$23d+20m=2023$

$d(23+20ab)=2023 \Rightarrow d/2023 \Rightarrow d \in \{1,7,17,119,289,2023\}$ . . . . 1 p

Pentru $d=1 \Rightarrow (x,y) \in \{(1,100),(100,1),(4,25),(25,4)\}$ . . . . .1 p

Pentru $d \in \{7,17,119,289,2023\}$ nu exista solutii . . . . 1 p

Subiectul II(7 puncte)

Oficiu . . . . **1 p**

a) $\widehat{AOB} = \frac{x}{5}$, $\widehat{BOC} = \frac{x}{2}$, $\widehat{DOC} = \frac{x}{4}$

$< BOD = 90°$ . . . . .1 p

$\frac{x}{2} + \frac{x}{4} = 180° \Rightarrow x=240°$ . . . . 1 p

$\widehat{\mathbf{AOD}}=48°$, $\widehat{\mathbf{BOC}}=120°$, $\widehat{\mathbf{COD}}=60°$, $\widehat{\mathbf{DOA}}= 132°$ . . . . 1 p

b) Notam x- nr. Unghiurilor cu masura de 7°

y- nr. Unghiurilor cu masura de 19°

$x \cdot 7° + y \cdot 19°=90° \Rightarrow x=2,\ y=4$ . . . . 1 p

Numarul maxim de unghiuri este 4 . . . . 2 p

$(7°,19°,19°,7°,19°,19°)$

Subiectul III(7 puncte)

Oficiu . . . . **1 p**

a) $N=2016^n+(2016-1)^n+(63+1)^n{}_{(n\ impar)} \equiv M_7+M_7-1+M_7+1=M_7$ . . . . 1 p

$N=(2015+1)^n+2015^n+(65-1)^n{}_{(n\ impar)} \equiv M_{13}+1+M_{13}+M_{13}-1=M_{13}$ . . . . . . 1 p

Cum (7,13)=1,obtinem ca N : (7,13),adica N divizibil cu 91 . . . . 1 p

b) Fixam $x<y<z$,deci $x+y+z<3z$,adica $x \cdot y \cdot z < 3z$ . . . . 1 p

Cum $x \neq 0$,obtinem ca $x \cdot y<3$,deci $x=0$ si $y \in N$ sau $x=1$ si $y=2$ . . . . 1 p

Daca $x=0 \Rightarrow y+z=0$ (nu convine)

Daca $x=1$, $y=2 \Rightarrow z=3 \Rightarrow A=\{1,2,3\}$ . . . . .1 p