MINISTERUL EDUCAȚIEI

COLEGIUL NAȚIONAL "MIHAIL SADOVEANU" PAȘCANI

Municipiul Pașcani, Strada Sportului nr. 4, Județul Iași, cod 705200

Telefon / Fax: 0232 762637; contact@liceu.colegiulsadoveanu.ro

CONCURSUL SPERANȚE OLIMPICE, 12 noiembrie 2022

Subiecte

Clasa a V a

I.

1. Arătați că numerele x = $\mathbf{5^{2023}} + \mathbf{2^{2023}}$ și y = $\mathbf{5^{2022}} + \mathbf{5^{1011}}$ nu sunt pătrate perfecte.
2. Determinați numerele naturale de forma ab cu proprietatea că $\mathbf{128^{\overline{ba}}} = \mathbf{2^{4*\overline{ab}}}$

II.

1. Fie numerele a = ($\mathbf{2}^{98} + \mathbf{2^{102}}$) * ($\mathbf{5}^{99} + \mathbf{5^{101}}$)
   b = ($\mathbf{2}^{99} + \mathbf{2^{101}}$) * ($\mathbf{5}^{98} + \mathbf{5^{102}}$)
   Aflați suma cifrelor numărului a + b.
2. Găsiți toate numerele de forma $\overline{abcdef}$ care, împărțite la $\overline{bcdef}$ dau câtul a + 1 ș i restul a + 6

III. Se dă șirul de numere 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...

a) Să se scrie următorii trei termeni ai sirului.

b) Din acest șir se aleg opt termeni consecutivi. Demonstrați că suma lor nu este termen al șirului.

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Fiecare subiect este punctat cu 1-7 puncte.

Timp de lucru : 2h

MINISTERUL EDUCAȚIEI

COLEGIUL NAȚIONAL "MIHAIL SADOVEANU" PAȘCANI

Municipiul Pașcani, Strada Sportului nr. 4, Județul Iași, cod 705200

Telefon / Fax: 0232 762637; contact@liceu.colegiulsadoveanu.ro

CO
NC
UR
S

SPERANTE OLIMPICE,12 noiembrie 2022

BAREM DE CORECTARE

Clasa a V a

I.

1) $u_c\ x\ = u_c\ 5+8\ = 3 \Rightarrow x \neq p.p$ ………………………………………….1p

$y = 5^{1011} \cdot\ 5^{1011} + 1$ ……………………………………………………………….1p

$5^{1011}\ ^2 < y <\ 5^{1011} + 1\ ^2 \Rightarrow y \neq p.p.$ ………………………………………….1p

2) $(2^7)^{\overline{ba}} = 2^{4\cdot\overline{ab}} \Rightarrow 2^{7\cdot\overline{ba}} = 2^{4\cdot\overline{ab}}$ ………………………………………………….1p

$7 \cdot \overline{ba} = 4 \cdot \overline{ab} \Rightarrow 7 \cdot (10b + a) = 4 \cdot (10a + b) \Rightarrow a = 2b$ ……………………….1p

$\overline{ab}$ poate fi 21,42,63,84 ……………………………………………………………….1p

Oficiu ………………………………………………………………………………………1p

II.

1) $a = 2^{98} \cdot (1 + 2^4) \cdot 5^{99} \cdot (1 + 5^2) = 2^{98}\ 17\ 5^{99}\ 26\ = 221\ 10^{99}$ ………………1p

$b = 2^{99}(1+4) \cdot 5^{98} \cdot (1+5^4) = 2^{99} \cdot 5 \cdot 5^{98} \cdot 626 = 626 \cdot 10^{99}$ …………………….1p

$a + b = (221 + 626) \cdot 10^{99} = 8\underbrace{4700....0}_{99 \text{ ori}}$

$S = 8 + 4 + 7 + \underbrace{0 + 0 + ... + 0}_{99 \text{ ori}} = 19$ …………………………………………………1p

2) $\overline{abcdef} = \overline{bcdef} \cdot (a + 1) + a + 6$ ………………………………………………1p

$a \cdot 10^5 + \overline{bcdef} = \overline{bcdef} \cdot (a+1) + a + 6$

$a \cdot 10^5 = a \cdot \overline{bcdef} + a + 6$

$a \cdot 99999 = a \cdot \overline{bcdef} + 6 \Rightarrow a \cdot (99999 - \overline{bcdef}) = 6$ ………………………….1p

$a = 1 \Rightarrow 99999 - \overline{bcdef} = 6 \Rightarrow \overline{abcdef} = 199993$

$a = 2 \Rightarrow 99999 - \overline{bcdef} = 3 \Rightarrow \overline{abcdef} = 299996$

$a = 3 \Rightarrow 99999 - \overline{bcdef} = 2 \Rightarrow \overline{abcdef} = 399997$

$a = 6 \Rightarrow 99999 - \overline{bcdef} = 1 \Rightarrow \overline{abcdef} = 699998$ 1p

Oficiu 1p

III.

1) Se observa ca fiecare termen al sirului,incepand cu al treilea,este de forma $a_{n+2}=a_{n+1}+a_n$ cu $n\geq 1$....1p

Urmatorii trei termeni sunt 34,55,89..1p

2) Fie a_{n+1}, a_{n+2},..., a_{n+8} opt termeni consecutivi si $S=a_{n+1}+a_{n+2}+...+a_{n+8}$.Avem $S > a_{n+7}+a_{n+8}$ => $S > a_{n+9}$ (1)...1p

$a_{n+10}=a_{n+9}+a_{n+8}=a_{n+8}+a_{n+7}=...=(a_{n+8}+a_{n+7}+...+a_{n+1})+a_{n+2}$

⇨ $a_{n+10}=S+a_{n+2}$ => $S < a_{n+10}$ (2)..2p

Din (1) si (2) => $a_{n+9} < S < a_{n+10}$ => S nu poate fi termen al sirului..1p

Oficiu..1p