



**Colegiul Național
"Mihail Sadoveanu"**

Municipiul Pașcani, Strada Sportului nr.4,
Jud. Iași, cod 705200, Tel/Fax: 0232762637;
contact@liceu.colegiulsadoveanu.ro



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ „SPERANȚE OLIMPICE”

Ediția a XXI-a, Pașcani 9 noiembrie 2024

BAREM de NOTARE CLASA a VI- a

Subiectul I

Oficiu	1 punct
a)	
$14 = 3 \cdot 4 + 2; 14 = 5 \cdot 2 + 4 \Rightarrow 14 \in A; 14 \in B \Rightarrow 14 \in A \cap B$	1 punct
$19 = 3 \cdot 6 + 1 \Rightarrow 19 \notin A \Rightarrow 19 \notin A \cap B$	1 punct
b)	
Demonstrăm prima dată că $A \cap B \subset C$	(1)
Fie $x \in A \cap B \Rightarrow x \in A$ și $x \in B$	
Deci există numerele $a, b \in \mathbb{N}$ astfel încât $x = 3a + 2$ și $x = 5b + 4$	
Prin urmare $3a + 2 = 5b + 4 \Rightarrow 3a = 5b + 2 \Rightarrow a = 5k + 4 \Rightarrow x = 3(5k + 4) + 2 = 15k + 14$	
Deci $x \in C \Rightarrow A \cap B \subset C$	2 puncte
Rămâne de demonstrat că $C \subset A \cap B$	(2)
Fie $x \in C \Rightarrow x = 15c + 14 = 15c + 12 + 2 = 3(5c + 4) + 2 \in A$	
$x = 15c + 14 = 15c + 10 + 4 = 5(3c + 2) + 4 \in B$	
Deci $x \in A \cap B \Rightarrow C \subset A \cap B$	2 puncte
Ținând cont de relațiile (1) și (2) obținem că $A \cap B = C$	

Subiectul al II- lea

Oficiu	1 punct
Considerăm $q \in \{5m; 5m + 1; 5m + 2; 5m + 3; 5m + 4\}$	1 punct
Dacă $q = 5m$, pentru $m = 1 \Rightarrow q = 5 \Rightarrow q^5 + 4 = 5^4 + 5 = 3129:3$, deci nu este prim.	1 punct
Dacă $q = 5m + 1$, pentru $q^5 + 4 = (5m + 1)^5 + 4 = M_5 + 1 + 4 = M_5:5$ deci nu este prim.	1 punct
Dacă $q = 5m + 2$, pentru $q^{2024} + 4 = (5m + 2)^{2024} + 4 = M_5 + 2^{2024} + 4 = \dots$	
$M_5 + (2^4)^{506} + 4 = M_5 + 16^{506} + 4 = M_5 + (15 + 1)^{506} + 4 = M_5:5$ deci nu este prim.	1 punct
Dacă $q = 5m + 3$, pentru $q^{2024} + 4 = M_5 + 3^{2024} + 4 = \dots$	
$M_5 + (3^4)^{506} + 4 = M_5 + 81^{506} + 4 = M_5 + M_{80} + 1 + 4 = M_5:5$ deci nu este prim.	1 punct
Dacă $q = 5m + 4$, pentru $q^{2024} + 4 = M_5 + 4^{2024} + 4 = M_5 + (4^4)^{506} + 4 = \dots$	
$M_5 + 256^{506} + 4 = M_5 + (255 + 1)^{506} + 4 = M_5 + M_{255} + 1 + 4 = M_5:5$ deci nu este prim.	1 punct

1)

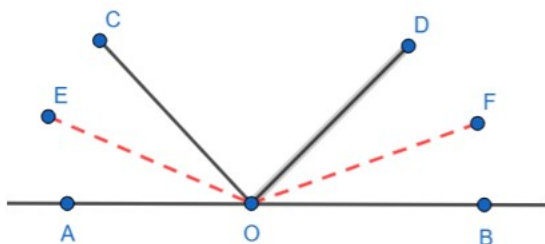


Figura 1

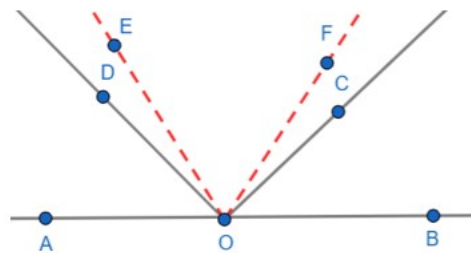


Figura 2

Oficiu 1 punct

Cazul 1 (Figura 1)

Avem $\angle EOF = \angle EOC + \angle COD + \angle DOF$

Deci $\angle EOF = \frac{\angle AOC}{2} + 90^\circ + \frac{\angle DOB}{2} = 90^\circ + \frac{\angle AOC + \angle DOB}{2} = 135^\circ$ 1 punct

Cazul 2 (Figura 2)

Avem $\angle EOF = \angle AOF - \angle AOE = \angle AOD + \angle DOF - \angle AOE =$

$\angle AOD + \frac{\angle DOB}{2} - \frac{\angle AOC}{2} = \angle AOD + \frac{180^\circ - \angle AOD}{2} - \frac{180^\circ - \angle BOC}{2} = \frac{\angle AOD + \angle BOC}{2} = 45^\circ$ 1 punct

2) Fie $15c_1 + r, 15c_2 + r, \dots, 15c_7 + r, r < 15$ numerele naturale ce reprezintă măsurile celor 7 unghiuri. 1 punct

Așadar $15(c_1 + c_2 + \dots + c_7) + 7r = 360 = 15 \cdot 24$, deci $7r$ este multiplu de 15.

Cum $(7, 15) = 1$, obține că $r \in M_{15}$. Dar $r < 15 \Rightarrow r = 0$ 1 punct

Prin urmare $c_1 + c_2 + \dots + c_7 = 24$. Dacă unul dintre numerele $c_1, c_2, \dots, c_7$ ar fi 0, unul dintre unghiurile date ar fi nul, ceea ce este imposibil. 1 punct

Suma primelor 7 numere naturale nenule distincte este $28 > 24$, de unde obținem concluzia problemei. 1 punct

• Notă: Orice altă soluție rezolvată corect va fi punctată corespunzător