



CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ „SPERANȚE OLIMPICE”

Ediția a XXI-a, Pașcani 9 noiembrie 2024

BAREM de NOTARE CLASA a V- a

Subiectul I

1) Observăm că $1001 \cdot 111 = 111111$ și cel mai mare număr natural cu proprietatea cerută este
 $m = \underbrace{111 \dots 11}_{2024 \text{ cifre}}$

Deoarece $2024 = 6 \cdot 337 + 2$ numărul poate fi scris de forma

$$m = 111111 \cdot 10^{2018} + 111111 \cdot 10^{2012} + \dots + 111111 \cdot 10^2 + 11 \dots \dots \dots 1 \text{ punct}$$

$$m = 111 \cdot 1001 \cdot (10^{2018} + 10^{2012} + \dots + 10^2) + 11$$

Prin urmare câtul este $111 \cdot (10^{2018} + 10^{2012} + \dots + 10^2)$ și restul este 11 $\dots \dots \dots 1 \text{ punct}$

2) $\overline{ab} + \overline{cd} = 10 \cdot a + b + 10 \cdot c + d$ și $\overline{ad} + \overline{cb} = 10 \cdot a + d + 10 \cdot c + b$, prin urmare $\overline{ab} + \overline{cd} = \overline{ad} + \overline{cb} = t$

Relația devine $5 \cdot (t^2 - 2) = 2026 - 36^x \dots \dots \dots 1 \text{ punct}$

Deducem că $2026 - 36^x > 0 \Rightarrow x \leq 2 \dots \dots \dots 1 \text{ punct}$

Dacă $x = 0 \Rightarrow 5 \cdot (t^2 - 2) = 2025 \Rightarrow t^2 - 2 = 2025 \Rightarrow t^2 - 2 = 405 \Rightarrow t^2 = 407$ care nu este pătrat perfect

Dacă $x = 2 \Rightarrow 5(t^2 - 2) = 2026 - 1296 = 730 \Rightarrow t^2 - 2 = 146 \Rightarrow t^2 = 148 \neq$ pătrat perfect.

$\dots \dots \dots 1 \text{ punct}$

Dacă $x = 1$, atunci $5(t^2 - 2) = 2026 - 36 = 1990 \Rightarrow t^2 - 2 = 398 \Rightarrow t^2 = 400$, deci $t = 20$.

Prin urmare $\overline{ab} + \overline{cd} = 20 \Rightarrow \overline{ab} = \overline{cd} = 10$ și $\overline{ad} + \overline{cb} = 20 \Rightarrow \overline{ad} = \overline{cb} = 10$

Deducem că $a = c = 1$ și $b = d = 0 \Rightarrow \overline{abcd} = 1010. \dots \dots \dots 1 \text{ punct}$

Oficiu $\dots \dots \dots 1 \text{ punct}$

Subiectul al II- lea

$$1) a = 1 + 2^2 + 2^4 + \dots + 2^{2024}$$

$$2^2 \cdot a = 2^2 + 2^2 + 2^6 + 2^8 + \dots + 2^{2026}$$

Prin urmare, $4a - a = 3a = 2^{2026} - 1 \dots \dots \dots 1 \text{ punct}$

$u(3a) = u(2^{2026} - 1) = u(2^2 - 1) = 3 \Rightarrow 3 \cdot a \neq$ pătrat perfect. $\dots \dots \dots 1 \text{ punct}$

$$2) b = 7^2 + (7^3 + 7^4) + (7^5 + 7^6) + \dots + (7^{2023} + 7^{2024})$$

$$b = 49 + 7^3(1 + 7) + 7^5(1 + 7) + \dots + 7^{2023}(1 + 7)$$

$$b = 49 + 8 \cdot (7^3 + 7^5 + \dots + 7^{2023}) \dots \dots \dots 2 \text{ puncte}$$

$$n = 3 \cdot a + b + 1 = 2^{2026} - 1 + 49 + 8 \cdot (7^3 + 7^5 + \dots + 7^{2023}) + 1$$

$$n = 2^3 \cdot 2^{2023} + 8 \cdot (7^3 + 7^5 + \dots + 7^{2023}) + 49$$

$$n = 2^3 \cdot 2^{2023} + 8 \cdot (7^3 + 7^5 + \dots + 7^{2023}) + 48 + 1$$

$$n = 8 \cdot (2^{2023} + 7^3 + 7^5 + \dots + 7^{2023} + 6) + 1 \Rightarrow r = 1$$

$\dots \dots \dots 2 \text{ puncte}$

Oficiu $\dots \dots \dots 1 \text{ punct}$

Subiectul al III- lea

1) $5^n \cdot 6 + 30 - 5 \cdot (5^n + 6) = 625$

$5^n \cdot 6 + 30 - 5 \cdot 5^n - 5 \cdot 6 = 625$

$5^n \cdot 6 - 5^n \cdot 5 = 625$

..... **2 puncte**

$5^n = 625 \Rightarrow n = 4$ **1punct**

2) Dacă se șterg numerele 5 și a , atunci pe tablă va fi scris numărul

$5 \cdot a + 30 - 5 \cdot (5 + a) = 5a + 30 - 25 - 5a = 5$ **2 puncte**

Așadar, numărul 5 rămâne mereu scris pe ecran, deci ultimul număr rămas este 5 care nu este pătrat perfect. **1 punct**

Oficiu **1 punct**

• Notă: Orice altă soluție rezolvată corect va fi punctată corespunzător